

Devoir Maison n°2

Proposition de corrigé

Exercice 1 :

Vous devez conseiller un avocat qui défend des habitants d'une commune proche d'une zone industrielle a priori polluante.

Voici un extrait du dialogue entre l'avocat et le juge qui doit décider de la poursuite de l'enquête :

* *l'avocat* : « lors des deux dernières années, sur 100 naissances, il y a eu 42 garçons, ce qui donne une fréquence de 42% de garçons parmi les naissances. Or, il est connu, que cette fréquence est théoriquement proche de 51%. »

* *le juge* : « certes, mais 42%, ce n'est pas si loin de 51%, sans doute est-ce dû au hasard ... »

* *l'avocat* : « justement non ! Dans une précédente affaire que j'ai menée, près de la zone industrielle X, il y avait eu au cours des trois dernières années 168 garçons sur 400 naissances, ce qui donne une fréquence exactement égale à 42 % ; le juge de l'époque avait décidé que cette fréquence était suffisamment étonnante pour mener une enquête ... »

* *le juge, après un temps de réflexion et quelques calculs sur un bout de papier* : « mon collègue juge et moi-même sommes de fins mathématiciens, ce qui ne semble pas être votre cas ... Je ne pense pas que vos arguments soient suffisants. »

* *l'avocat* : « mais enfin, dans les deux cas, la fréquence des naissances de garçons est égale à 42%, ce sont des cas similaires, je ne comprends pas ! »

Aidez cet avocat à comprendre la décision du juge.

Ces juges ont une bonne formation mathématique ! Ils ont repéré qu'ils pouvaient utiliser la formule donnant l'intervalle de fluctuation à 95%, étant donné que la probabilité en jeu est 51% (comprise entre 0,2 et 0,8) et que dans les deux cas, la taille des échantillons est supérieure à 25.

Affaire précédente :

Le juge de l'époque avait fait le calcul suivant :

$$\left[0,51 - \frac{1}{\sqrt{400}}; 0,51 + \frac{1}{\sqrt{400}} \right], \text{ ce qui donne : } [0,46; 0,56].$$

Si les naissances se déroulent conformément au hasard, la fréquence des naissances de garçons est, dans 95% des cas, dans l'intervalle $[0,46; 0,56]$.

Ce n'était pas le cas dans cette affaire où la fréquence des naissances de garçons était égale à 42%.

Le juge était sûr (à 95%) qu'il y avait une « anomalie » qui justifiait d'ouvrir une enquête.

Affaire du moment :

Le juge a rapidement fait le calcul suivant :

$$\left[0,51 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,51 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right], \text{ ce qui donne : } [0,41; 0,61].$$

Si les naissances se déroulent conformément au hasard, la fréquence des naissances de garçons est, dans 95% des cas, dans l'intervalle $[0,41; 0,61]$.

C'est le cas dans cette affaire où la fréquence des naissances de garçons est égale à 42%.

Le juge est sûr (à 95%) qu'il n'y a rien d'anormal. Le risque de se tromper (5%) lui paraît trop faible pour mener une enquête.

Exercice 2 :

On peut voir de temps en temps des publicités de ce type :

« **TVA offerte, soit 19,6% de réduction ! Dépêchez-vous d'en profiter !** »

Cette publicité est-elle vraiment exacte ?

Pour vous aider, vous pourrez prendre un véhicule dont le prix TTC est 10 000 € par exemple ; après avoir calculé son prix HT, déterminez le pourcentage de réduction effectif.

Si vous le pouvez, faites le cas général.

Si le prix TTC est de 10 000 €, le prix HT est de $10\,000 \div 1,196 \approx 8\,361,20$ € (on multiplie le prix HT par 1,196 pour obtenir le prix TTC lorsque le taux de TVA est de 19,6%)

Un prix qui passe de 10 000 € à 8 361,20 € correspond à une baisse d'environ 16,4% ; en effet : pour passer de 10 000 à 8 361,20, le coefficient multiplicateur est égal à $8\,361,20 \div 10\,000 \approx 0,836$; ce coefficient correspond à une baisse de 16,4%.

La publicité dit donc des bêtises !

Cas général :

Notons $PTTC$ un prix TTC quelconque. Le prix HT correspondant est égal à $PTTC \div 1,196$.

Une baisse de 19,6% appliquée au prix TTC donne un prix qui se calcule par :

$$PTTC \times \left(1 - \frac{19,6}{100}\right) = PTTC \times 0,804$$

Si la publicité disait vraie, diviser le prix par 1,196 devrait revenir au même que de le multiplier par 0,804 ; or, ce n'est pas vrai car diviser par 1,196 revient à multiplier par $\frac{1}{1,196} \approx 0,836$ ce qui correspond à une baisse de l'ordre de 16,4%