

Question introductrice sur le thème des probabilités :

question initiale : comment être sûr que la pièce qu'on utilise à un jeu de PILE ou FACE est bien équilibrée ?

analyse de la situation :

* que veut signifie « être sûr » ?

* il faudra faire des essais, mais on ne sera jamais vraiment sûr et certain à 100 %...

Propriété : voir livre p 184 Dans une urne, la proportion de boules blanches est égale à p . On note f la fréquence des boules blanches dans un échantillon de taille n . Si $n > 25$ et $0,2 \leq p \leq 0,8$, alors :

* il y a 95 chances sur 100 pour que f appartienne à l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

* l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est appelé **intervalle de fluctuation** au seuil de 95%.

Dans la situation qui nous intéresse, nous allons faire des essais et noter le côté sur lequel retombe la pièce après chaque lancer.

Nous allons dresser un tableau des fréquences de sortie de chaque valeur :

côté sorti	PILE	FACE
fréquence		

On prendra $p = \frac{1}{2}$ et n correspond au nombre de lancers effectué.

Si on veut pouvoir appliquer la propriété citée précédemment, il faut être dans les conditions d'utilisation, à savoir effectuer plus de 25 lancers (pour obtenir un échantillon n supérieur à 25) ; par ailleurs, on a bien une probabilité théorique comprise entre 0,2 et 0,8.

Reste à vérifier que ces fréquences f sont bien dans l'intervalle $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

Deux exemples :

* On fait 100 lancers et on obtient 58 PILE.

L'intervalle de fluctuation à 95% est dans ce cas :

$$\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{100}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right] = [0,5 - 0,1; 0,5 + 0,1] = [0,4; 0,6]$$

La fréquence du PILE est $f_{PILE} = \frac{58}{100} = 58\% = 0,58$

Comme $f_{PILE} \in [0,4; 0,6]$, on est sûr (à 95%) que ce dé est bien équilibré.

* On fait 400 lancers et on obtient 232 PILE.

L'intervalle de fluctuation à 95% est dans ce cas :

$$\left[0,5 - \frac{1}{\sqrt{400}}; 0,5 + \frac{1}{\sqrt{400}} \right] = [0,5 - 0,05; 0,5 + 0,05] = [0,45; 0,55]$$

La fréquence du PILE est $f_{PILE} = \frac{232}{400} = 58\% = 0,58$

Comme $f_{PILE} \notin [0,45; 0,55]$, au risque de se tromper de 5%, que ce dé n'est pas bien équilibré.