

Ex n°5 p178 (Hachette)

Le cercle des planètes disparues

1 3^e loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G\eta_s}$$

T : période de révolution (en s)

a : $\frac{1}{2}$ gd axe (en m) η_s : masse du soleil (kg)

G : constante universelle

2. pour Éris $\frac{T_E^2}{a_E^3} = \text{constante}$ pour Pluton $\frac{T_P^2}{a_P^3} = \text{constante}$

$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \frac{T_P^2}{a_P^3}$$

dans les données $T_E = 557 \text{ ans}$ $T_P = 248 \text{ ans}$ } donc $a_E > a_P$

Éris est donc plus éloignée du Soleil que l'est Pluton.

3- Dysnomia étudiée dans le référentiel d'Éris.4a système : Dysnomia ; référentiel Éris.bilan des forces

Force gravitationnelle qu'exerce Éris sur Dysnomia

$$\vec{F}_g = -G \frac{M_D M_E}{d^2} \vec{u}_{ED}$$

$$\text{PFD} \quad \sum \vec{F} = M_D \vec{a}_D \Rightarrow$$

$$\vec{a}_D = -\frac{G \eta_E}{d^2} \vec{u}_{ED}$$

ce vecteur a pour direction la droite (ED)
il est dirigé de D vers E.

5a Dans le repère de Frénet $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{u}_N + \frac{dv}{dt} \vec{u}_T$

ici $\vec{a} = + \frac{G N_E}{R^2} \vec{u}_N$ donc $\frac{v^2}{R} = \frac{G N_E}{R^2}$ $v^2 = \frac{G N_E}{R}$

On sait que le mouvement est circulaire ($R = d = R_D$)
et que Dysnomia fait un tour complet ($2\pi R_D$) en
une période T_D avec une vitesse constante v

donc $v = \frac{2\pi R_D}{T_D} \Leftrightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 R_D^2}{T_D^2}$

or $v^2 = \frac{G N_E}{R_D}$ donc $\frac{4\pi^2 R_D^2}{T_D^2} = \frac{G N_E}{R_D} \Leftrightarrow T_D^2 = \frac{4\pi^2 R_D^3}{G N_E}$

d'où $T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{G N_E}}$ ou $\frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{G N_E}$

on retrouve bien que $\frac{T_D^2}{R_D^3} = \text{constante}$.

5b calcul de N_E

$N_E = \frac{4\pi^2 R_D^3}{G T_D^2}$

$R_D = 3,60 \times 10^7 \text{ m}$

$T_D = 15 \text{ j} = 1,30 \times 10^6 \text{ s}$

$N_E = 1,63 \times 10^{22} \text{ kg}$

5c $\frac{N_E}{N_P} = \frac{1,63 \times 10^{22}}{1,31 \times 10^{22}} = 1,24 \Rightarrow N_E = 1,24 \times N_P$

Eris et Pluton ont une masse de même ordre de grandeur.

Or Éris n'est pas considérée comme une planète.
Pluton ayant une masse plus faible qu'Éris n'a
donc aucune raison d'être considérée comme
une planète.