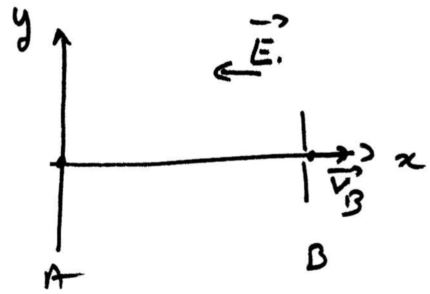
Ex n° 17 p174 (Hachette) Etude du canon à électrons



1a coordonnées du vecteur $\vec{a}$

syst : {électron} masse m_e ; charge $q = -e$

ref : terrestre supposé galiléen

bilan des forces

- force de Coulomb $\vec{F} = q\vec{E}$ ici $\vec{F} = -e\vec{E}$
- le poids est négligé devant $\vec{F}$ (énoncé)

Repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ $\vec{F}\left| \begin{matrix} eE \\ 0 \end{matrix}\right.$ $\left(\vec{E}\left| \begin{matrix} -E \\ 0 \end{matrix}\right. \right)$

conditions initiales à $t=0$ $\vec{OM}_0\left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}\right.$ $\vec{v}_0\left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix}\right.$ (vitesse initiale négligeable (énoncé))

D'après la 2ème loi de Newton, dans un référentiel galiléen $\Sigma \vec{F}_{ext/syst} = m_{syst} \times \vec{a}$

ici $\vec{F} = m_e \times \vec{a}$ or $\vec{F} = -e\vec{E}$

donc $-e\vec{E} = m_e \vec{a}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\vec{a} = -\dfrac{e}{m_e}\vec{E}}$

$\boxed{\vec{a}\left| \begin{matrix} \dfrac{eE}{m_e} \\ 0 \end{matrix}\right.}$

- $\vec{a}$ dirigé dans le sens des x croissant
- valeur de a : $a = \dfrac{eE}{m_e}$

coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$

$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$ $\quad \vec{a} \begin{vmatrix} a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{eE}{m_e} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}(t) \begin{vmatrix} v_x(t) = \frac{eE}{m_e} t + A \\ v_y(t) = B \end{vmatrix}$

déterminons A et B (constantes) à partir des conditions initiales

à $t=0$ $\quad \vec{v_0} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ et $\vec{v}(t=0) \begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix}$

$\vec{v_0} = \vec{v}(t=0)$ si et seulement si $A=0$ et $B=0$

$$\boxed{\vec{v}(t) \begin{vmatrix} v_x(t) = \frac{eE}{m_e} t \\ v_y(t) = 0 \end{vmatrix}}$$

1b valeur de la vitesse $\boxed{v(t) = \frac{eE}{m_e} t}$

2 équations horaires $x(t)$ et $y(t)$

$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ $\quad \vec{v}(t) \begin{vmatrix} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{eE}{m_e} t \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = 0 \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{OM} \begin{vmatrix} x(t) = \frac{eE}{2m_e} t^2 + A' \\ y(t) = B' \end{vmatrix}$

$\vec{OM_0} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A' = 0$ et $B' = 0$ $\qquad \boxed{\vec{OM}(t) \begin{vmatrix} x(t) = \frac{eE}{2m_e} t^2 \\ y(t) = 0 \end{vmatrix}}$

3a vitesse en B $\quad$ l'électron est en B $\Rightarrow x(t) = d$

$t^2 = \frac{2m_e}{eE} d$ $\qquad$ il a une vitesse $v(t) = \frac{eE}{m_e}\sqrt{\frac{2m_e}{eE} d}$

soit $\boxed{v_B = \sqrt{\frac{2eE}{m_e} d}}$ $\qquad v_B = \sqrt{\frac{2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} \times 6 \times 10^4}{9{,}11 \times 10^{-31}} \times 3.10^{-2}}$

$$\boxed{v_B = 2{,}51 \times 10^7 \text{ m/s}}$$