Devoir Surveillé **classe de 2^{de}** **Mathématiques**

Proposition de corrigé

Exercice 1 : *Calculer*

Compléter le QCM sur feuille séparée ; selon le niveau de réussite à ce QCM et à l'exercice 2, un seuil sera affecté sur la compétence « Calculer » allant de Non Atteint (na) à 4.

Exercice 2 : *Calculer*

1. Montrer que le nombre $(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)$ est un nombre entier (on attend quelques détails de calculs).
2. Écrire $\sqrt{50}$ sous forme plus simple (en détaillant les calculs).
3. Simplifier au maximum l'écriture : $(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2$ (en détaillant les calculs)

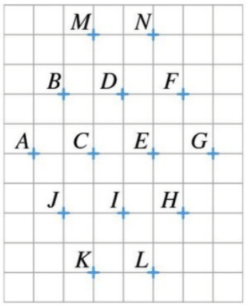
$$(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) = (\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1^2 = 3 - 1 = \underline{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = \sqrt{25}\times\sqrt{2} = \underline{5\sqrt{2}}$$

$$(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2 = (\sqrt{3})^2 + \cancel{2\sqrt{3}} + 1^2 + (\sqrt{3})^2 - \cancel{2\sqrt{3}} + 1^2$$
$$= 3 + 1 + 3 + 1 = \underline{8}$$

***Exercice* 3 :** *Représenter / Communiquer*

On donne la figure ci-dessous sur un quadrillage formé de carrés.



1. Citer un représentant du vecteur $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}$. $\overrightarrow{AF}$
2. Citer deux représentants du vecteur $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{KE}$. $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{JF}$
3. Citer deux représentants du vecteur $\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{IB}$. $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{CF}$
4. Citer un représentant du vecteur $\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{NC}$. $\overrightarrow{NA}$, $\overrightarrow{FJ}$
5. Citer deux représentants du vecteur $\overrightarrow{LC}+\overrightarrow{DE}$. $\overrightarrow{LI}$, $\overrightarrow{HE}$

***Exercice* 4 :** *Représenter / Communiquer*

Expliquer à quoi peuvent servir les fonctions `Python` ci-contre :

- fonction `f1` : **aire d'une sphère de rayon r**
- fonction `f2` : **aire d'un cône de rayon r, de hauteur h**
- fonction `f3` : **volume d'une sphère de rayon r**

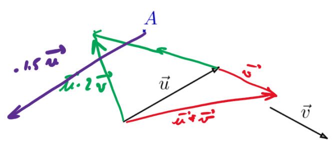
```python
from math import *

def f1(r):
    return 4*pi*r**2

def f2(r,h):
    return pi*r**2*h/3

def f3(r):
    return 4/3*pi*r**3
```

***Exercice* 5 :** *Représenter / Communiquer*

On a représenté ci-contre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Construire :

1. un représentant du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$
2. un représentant du vecteur $\vec{u}-2\vec{v}$
3. un représentant du vecteur $-1,5\vec{u}$ d'origine A.



Exercice 6 _:_ _Raisonner_

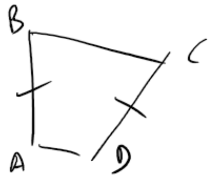
Rédiger **l'un des trois** exercices ci-dessous ; pour rappel :

- Parcours **Piano** bien réalisé : seuil **2** / partiellement réalisé : seuil **1**
- Parcours **Moderato** bien réalisé : seuil **3** / partiellement réalisé : seuil **2**
- Parcours **Allegro** bien réalisé : seuil **4** / partiellement réalisé : seuil **3**
- **Sinon, pas de seuil atteint**

★ Parcours Piano ★

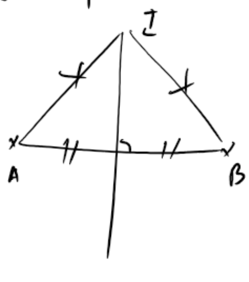
Pour chacune des phrases ci-dessous, dire si elle est « Vraie » ou si elle est « Fausse » en expliquant pourquoi.

1. Dans le quadrilatère $ABCD$, si $AB = DC$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Si I est le milieu de $[AB]$, alors $AI = IB$
3. Si $AI = IB$, alors I est le milieu de $[AB]$

1) non : 

est un contre exemple

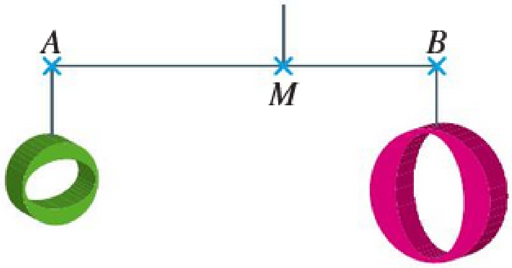
2) Oui : par définition, I milieu de [AB] a pour conséquence AI = IB

3) non 

est un contre-exemple

★ Parcours Moderato ★

On construit un mobile en suspendant deux masses $m_A = 20$ g et $m_B = 50$ g aux extrémités d'une tige $[AB]$.



Le mobile est suspendu par une ficelle fixée en M. La masse de la tige est négligeable.
Les lois de la physique indiquent que le mobile est en équilibre lorsque $20\overrightarrow{MA} + 50\overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
On cherche à déterminer la position du point M sur la tige $[AB]$.

1. En utilisant l'égalité $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}$, démontrer que $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AB}$.

2. Comment interpréter cette relation dans le contexte de l'exercice ?

1) $20\overrightarrow{MA} + 50\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + 5(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 7\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AB} = 7\overrightarrow{AM}$

$\Leftrightarrow \frac{5}{7}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM}$

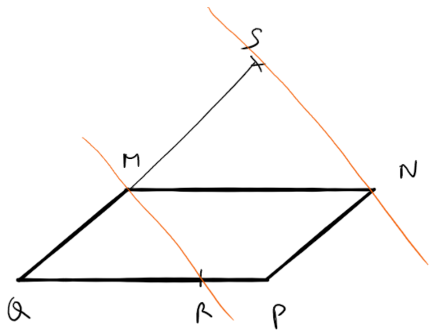
2) le point M est placé aux 5/7 du segment [AB] en partant de A

★ Parcours Allegro ★

Soit $MNPQ$ un parallélogramme. On définit le point R tel que $\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$ et le point S tel que $\overrightarrow{MS} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$

1. Réaliser une figure.
2. (a) En remarquant que $\overrightarrow{MR}$ peut s'écrire $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$, montrer que $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$
   (b) En remarquant que $\overrightarrow{NS}$ peut s'écrire $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS}$, montrer que $\overrightarrow{NS} = -\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$
3. En déduire que $\overrightarrow{NS} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{MR}$; que peut-on déduire de ce résultat pour les droites (NS) et (MR) ?

1)



2 a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$

b) $\overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{NM} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ}$

3. $\overrightarrow{NS} = -\frac{4}{3}\left(-\frac{3}{4}\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MQ}\right)$

$= -\frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ}\right)$

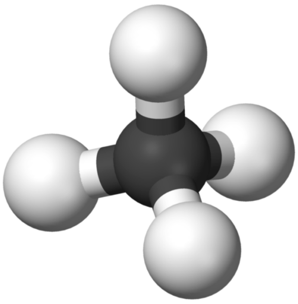
$= -\frac{4}{3}\overrightarrow{MR}$

On conclut que $(NS) // (MR)$

Exercice 7 *:* *Chercher / Modéliser*

Modéliser ces différents objets par des formes géométriques de référence :

: cône de révolution des cubes :



: 5 sphères   des cylindres :

Exercice 8 *:* *Chercher / Modéliser*

Vous disposez d'une boule en pâte à modeler de rayon 5 cm ; vous modelez cette boule en un cylindre, en utilisant toute la pâte. Quelles peuvent être les dimensions du cylindre ainsi constitué ?

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi 5^3 \simeq 523,6$ cm^3 ; c'est le volume dont nous disposons.

Prenons un cylindre de rayon 5 cm, de hauteur h.

Son volume est donné par : $\pi R^2 h = 25\pi h$

On a : $25\pi h = \frac{4}{3}\pi \times 125$

d'où : $h = \frac{4}{3} \times 5 = \frac{20}{3} \simeq 6,7$ cm

$R = 5$ cm, $h = \frac{20}{3} \simeq 6,7$ cm convient.

(Il y a d'autres solutions)