SUJET A classe de 1ère Mathématiques

Nom / Prénom : ______________________________

Exercice 1 : / 3 points

Dériver les fonctions suivantes en précisant sur quel ensemble cela est possible.

1. $f_1(x) = (x^2 - 1)(2 - x)$

$f_1'(x) = 2x(2-x) + (x^2-1)(-1)$ $\quad D_{f_1} = \mathbb{R}$

$= 4x - 2x^2 - x^2 + 1$ $\quad D_{f_1'} = \mathbb{R}$

$= -3x^2 + 4x + 1$

2. $f_2(x) = \dfrac{7-x}{2x+3}$

$f_2'(x) = \dfrac{-1(2x+3) - (7-x)2}{(2x+3)^2} = \dfrac{-2x-3-14+2x}{(2x+3)^2}$

$= \dfrac{-17}{(2x+3)^2}$ $\quad D_{f_2} = \mathbb{R} \setminus \{-3/2\}$

$D_{f_2'} = \mathbb{R} \setminus \{-3/2\}$

3. $f_3(x) = 16\sqrt{x}$

$f_3'(x) = 16 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ $\quad D_{f_3} = [0; +\infty[$

$D_{f_3'} =]0; +\infty[$

4. $f_4(x) = \dfrac{9}{5x^2 - 3x + 2}$

$\Delta < 0$ $\quad f_4'(x) = \dfrac{-9(10x-3)}{(5x^2-3x+2)^2} = \dfrac{-90x+27}{(5x^2-3x+2)^2}$

$D_{f_4} = \mathbb{R}$

$D_{f_4'} = \mathbb{R}$

5. $f_5(x) = 10\sqrt{5-3x}$

$f_5'(x) = 10 \times (-3) \times \dfrac{1}{2\sqrt{5-3x}} = \dfrac{-30}{2\sqrt{5-3x}}$

$= \dfrac{-15}{\sqrt{5-3x}}$ $\quad D_{f_5} =]-\infty; 5/3]$

$D_{f_5'} =]-\infty; 5/3[$

***Exercice* 2** : / 3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

1. Déterminer $f'(x)$.

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x^2 - 2x - 3)$

$= 3(x-3)(x+1)$

2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
signe $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
var. de f		$\nearrow$	7	$\searrow$	-25	$\nearrow$	

$f(-1) = 7$

$f(3) = -25$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; on note $\mathcal{T}$ cette tangente.

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$ $\quad$ $y = -9x + 2$

4. Déterminer les points d'intersection des courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{T}$. (des calculs sont attendus pour justifier le résultat).

On cherche à résoudre $x^3 - 9x^2 - 9x + 2 = -9x + 2$

$\iff x^3 - 9x^2 = 0 \iff x^2(x-9) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 9$

$\mathcal{C}$ et $\mathcal{T}$ se coupent en 0 (normal !) et en 9.

SUJET B	classe de $1^{\text{ère}}$	Mathématiques

Nom / Prénom : ______________________

Exercice 3 : / 3 points

Dériver les fonctions suivantes en précisant sur quel ensemble cela est possible.

1. $f_1(x) = (1 - x^2)(x - 2)$

$f_1'(x) = -2x(x-2) + (1-x^2)$ $D_{f_1} = \mathbb{R}$

$= -2x^2 + 4x + 1 - x^2$ $D_{f_1'} = \mathbb{R}$

$= -3x^2 + 4x + 1$

2. $f_2(x) = \dfrac{5}{2x^2 - 3x + 5}$

$f_2'(x) = -\dfrac{5\ (4x-3)}{(2x^2-3x+5)^2} = \dfrac{-20x+15}{(2x^2-3x+5)^2}$

$2x^2 - 3x + 5$
$\Delta < 0$ $D_{f_2} = \mathbb{R}$, $D_{f_2'} = \mathbb{R}$

3. $f_3(x) = 16\sqrt{3 - 5x}$

$f_3'(x) = 16 \dfrac{-5}{2\sqrt{3-5x}} = -\dfrac{40}{\sqrt{3-5x}}$

$D_{f_3}(x) =]-\infty ; \frac{3}{5}]$ $D_{f_3'} =]-\infty , \frac{3}{5}[$

4. $f_4(x) = 10\sqrt{x}$

$f_4'(x) = 10 \times \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{5}{\sqrt{x}}$

$D_{f_4} = [0 ; +\infty[$

$D_{f_4'} =]0 ; +\infty[$

5. $f_5(x) = \dfrac{4 - x}{3x + 4}$

$f_5'(x) = \dfrac{-1(3x+4) - (4-x)3}{(3x+4)^2} = \dfrac{-3x-4-12+3x}{(3x+4)^2}$

$= \dfrac{-16}{(3x+4)^2}$ $D_{f_5} = \mathbb{R} \setminus \{-4/3\}$

$D_{f_5'} = \mathbb{R} \setminus \{-4/3\}$

Exercice **4** *:* / 3 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 2$.

1. Déterminer $f'(x)$.

$f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3)$

$= 3(x+3)(x-1)$

2. Étudier le signe de f' et en déduire les variations de f.

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
signe $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
var $f(x)$		$\nearrow$	29	$\searrow$	-3	$\nearrow$	

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 ; on note $\mathcal{T}$ cette tangente.

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$\boxed{y = -9x + 2}$

4. Déterminer les points d'intersection des courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{T}$. (des calculs sont attendus pour justifier le résultat).

On cherche à résoudre $x^3 + 2x - 9x + 2 = -9x + 2$

$\iff x^3 + 2x = 0$

$\iff x^2(x+2) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = -2$

Outre le point de tangence (abscisse 0), le point $(2 ; -16)$ appartient à la fois à $\mathcal{C}$ et à $\mathcal{T}$